



TITLE:

# 不規則外力を受ける振子の運動(「振動子系の力学過程と統計」研究会)

AUTHOR(S):

戸田, 盛和; 小寺, 武康

---

CITATION:

戸田, 盛和 ...[et al]. 不規則外力を受ける振子の運動(「振動子系の力学過程と統計」研究会). 物性研究 1964, 1(5): 359-362

ISSUE DATE:

1964-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/85558>

RIGHT:

格子振動は特殊な振動子系であるから，更に一般的な振動子系の取扱いも望まれる。小寺・戸田は Wiener の Brownian path  $x(t, \alpha)$  を用いて振動子を扱い，一番簡単な場合として磁場に垂直な常磁性の磁子の運動を扱えば簡潔に Anderson-Weiss の式が得られることを示した。非線型項を含む更に複雑な運動に対しても Wiener 流の取扱いを拡張することができる。

これらの問題を見てもわかるが，時間を含む問題の多くは出発したばかりである。harmonic な系の energy flow と熱伝導との関係，あるいはこの系の recurrence の問題などは，研究者の哲学も入り込むが，統計力学的現象を更に力学的に追及するのもこの研究会の課題の一つであろう。

#### 不規則外力を受ける振子の運動

戸 田 盛 和 (東京教育大学)

小 寺 武 康 (      )

この研究会で研究対象の大部分は harmonic crystal であつた。もちろん我々の研究会はこれだけを研究するのではないが，これが大きな主題になつているのは，それだけの理由があると思われる。

harmonic crystal はあまり即物的ではない。その点では完全流体と似ているとはいえないだろうか。完全流体の力学はいろいろの点で物理に大きな位置を占めている。しかし，近似としては完全流体の示す性質が実際の流体に認められることはあるにしても，決して即物的とはいえないだろう。渦の保存とかダランベールの背理とか，実際には遠い定理が完全流体から導かれる。しかし背理は背理として（実は背理ではないが）大きな価値がある。物理学はこのような対象も除外してはならないと思う。背理も思考の大きなよりどころとなり得る。

むしろ我々は具象的ではあつても，実際の物質や現象にはあまり密着しない研究対象を考える人間の能力を軽視してはならないと思うのである。直接

は役立たないと思う人があるかも知れないものから役に立つものが生れてくることが多い。また、実際には起らないプロセスが現実の理想化されたものとして役立つことが多い。例えば摩擦のない運動、熱力学での準静変化などがある。

harmonic crystal の諸性質の研究と、それを拡張する研究とはこの数年間つづけられてきて、なお多くの興味ある結果を生みつつある。このような研究を強力に推進すべきであると思う。この研究会を通して、この点で意見の一致をみたのは当然である。

時間を含む問題で、Brown 運動の模型として harmonic crystal が考えられ、一つだけ入れた不純物の運動に関して新しい見地が得られたのは、昨年のことであつた。

一般的にいつて、我々が取上げる対象として、時間・空間的に閉じていない体系を考えることができる。すなわち時間的には不規則な相互作用を受け、空間的には不純物が不規則に位置して居る様なものである。また、その様な不規則性に目をつぶつて一つの理想化を行つたとしても、その対象自体の持つ複雑さ例えば non-linear の様なものがある。そこで更に理想化を行つて例えば固体の model として harmonic crystal の様なものを考えると物事は大分簡単になるが、そこでもまだ物理的諸性質の全部は失われて居ない。しかし基本的諸性質の中で失われたものも少くないであろうが、それと同時に基本的諸性質の中ではつきり顔を出すものもあるはずである。我々は先づ失われたものが何であるかを知らねばならない。例えば不可逆性はどうか、或は不可逆性のどの部分が残つて居るのか、既に不可逆の主なる項は現われて居るのか、等々不可逆性だけに限つても問題末だ多くある。或る人は不可逆性を論ずるには harmonic crystal ではだめだといふかもしれないが、plasma の Landau damping の如く、ある場合には、それが plasma-wave の damping の主なる項になつて居る事がある様に、

必ずしも harmonic crystal は不可逆を論ずるのに不適當だとはいきれない様に思われる。しかし、確かに失われた性質もあるはずであるから、それ等を回復するために先の理想化の逆を行う必要がある。一つの方法は最初不規則性はそのままにしておいてそれ自体の複雑性（例えば非線型性）をつけ加えて行くことが考えられるが、他方最初それ自体の複雑性はそのままにしておいて不規則（例えば不純物）をつけ加えて行くという方向も考えられる。前者の方法は、物質共通の複雑性と個有の複雑性とのつけ加え方で、物質の性質の間の相異をしらべるのに役立つが、一方共通の性質の中で見出せないものもあるはずである。一方後者は主として共通の性質をしらべる際に重要であり統計物理本来の立場から見ても重要であると思われる。過去には Brownian motion, fluctuation-dissipation theorem 等この方向の仕事も多く有つたが、不規則性の取扱の困難から未だなされて居ない事も多く今後待つ所が多い。

不規則性を扱う充分良い方法であるかどうか分らないが Wiener は Brownian path  $x(t, \alpha)$  なる函数を導入して、不規則な函数を現わして居る。これは仲々うまい方法でこれを使う事で不規則性を規則正しく表現出来る。又この方法は空間的な不規則性を現わすのにも役立つ、但し不規則格子に拡張するには singular な函数を使う必要があるのでもうよく行くかどうかは不明である。この様な手段で fluctuation-dissipation theorem を現わすことの可能性は当然として、non-linear response の場合への一般化にも役立つと思われる。すなわち、Wiener の立場ではある系の或る入力に対する response は linear な系では Fourier 入力に対する出力を見て、その系の impedance 或は admittance を取れば良いが、一般に non-linear な系では、不規則入力  $dx(t, \alpha)$  を入れて出力を測定しそれを

$$c + \int f_1(t + \tau) dx(\tau, \alpha) + \int f_2(t + \tau_1, t + \tau_2) dx(\tau_1, \alpha) dx(\tau_2, \alpha) + \dots$$

の如く展開して  $f_1, f_2, \dots$  でその系の特性を現わすわけである。今系が熱的なしげきをうけて居るという事は既に不規則入力が存在して居るわけで、出力は系のゆらぎとして測定される。したがって系のゆらぎを知れば、系の特性を知る事が出来る。特に系を linear に限定すれば、いわゆる fluctuation-dissipation theorem が得られるわけである。この思想に沿って fluctuation-dissipation theorem を formulate する事で non-linear な系の場合への一般化が可能であると思われる。

### Time Dependent Problems

寺 本

英 (京大理)

調和振動子系としての格子振動の問題はハミルトンの頃からの随分古い問題であつて、力学系としては知りつくされた問題である。それが比較的最近になつてもう一度新たな興味をもつて取上げられたのは、ノルウェーの Wergeland のスクール (このスクールはのんびりとエルゴード問題をやさしい形で考えていた数少いグループの一つ) の P.C.Hemmer が "Dynamics and Stochastic Types of Motion in the Linear Chain" という Thesis を出したのがきっかけになつたように思える。Hemmer の論文の内容には3つの興味ある問題点が含まれている。まず、i) 調和振動子系はもちろん測度可遷ではない。したがって一般にはある量の時間平均はその位相平均と異なり、かつ初期条件に依存する。しかし、彼は格子系においてもある種の phase function (たとえば一粒子の運動エネルギー) についてはその時間平均が、殆んどすべての軌道について、位相平均と  $1/N$  ( $N$ は自由度) の order でしか変わらないことを示した。そして事実、Microcanonical あるいは Canonical な分布をしている格子系の中の特定の1粒子に着目している以上、その粒子の速度は初期値がいかにあろうとも、自由度が大きくなつた極限では、 $t \rightarrow \infty$  で Maxwell の速度分布に近づくことを示